

FSC5122 - Exercício preparatório para experiências

Lei de Hooke e a constante elástica da mola

Diz a lei de Hooke que uma mola deslocada (esticada ou comprimida) uma distância x de sua posição de equilíbrio te puxará de volta com uma força F dada por

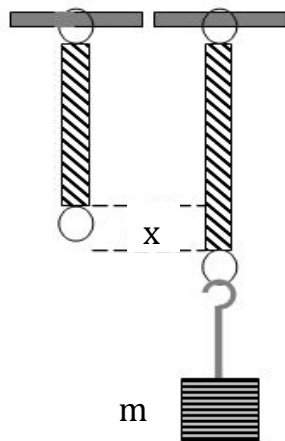
$$F = -k x$$

onde o sinal de menos está aí apenas para lembrar que F e x tem sinais opostos (i.e., quando a mola está para um lado ela te puxa de volta para o outro, e vice-versa). O coeficiente k nesta expressão é a chamada **constante elástica da mola**, que mede se a mola é mole (i.e., se com pouca F se obtém um grande x) ou se ela é dura (muita F pra pouco x).

Numa das experiências desse semestre você usará uma mola, uma trena e uma balança para verificar a lei de Hooke e determinar k . Este exercício prepara você para a experiência. No que segue considere que a aceleração da gravidade é $g = 979,15 \text{ cm/s}^2$, sem erro (i.e., trate-a como uma constante matemática, com infinitos algarismos significativos).

PARTE 1 – TRATAMENTO ESTATÍSTICO

Temos uma mola e queremos determinar sua k . Para isso vamos montá-la na vertical e pendurar nela uma massa m tal que o peso $m g$ contrabalance a força $k x$ da mola, de modo que $m g = k x$. A ideia é obter k a partir de medidas de m e x .



[Q1] Se você tem apenas uma medida de massa e deslocamento, sua estimativa de k será dada por $k = m g / x$. Calcule k para $m = (100,31 \pm 0,01) \text{ g}$ e $x = (79,56 \pm 0,05) \text{ cm}$. Ignore os erros de escala nessa conta, e anote o valor de k na tabela abaixo.

Obs: Como em outras tabelas a seguir, primeiro faça a conta sem se preocupar com algarismos significativos, e só depois passe seu resultado a limpo usando as regras de operações com algarismos significativos. Não se esqueça de anotar as unidades!

TABELA 1	Valor sem arredondamento	Valor arredondado
$k =$		

[Q2] Na conta acima ignoramos os erros em m e x . Obviamente, como $k = m g / x$ é uma função matemática de m e x , as incertezas $\Delta m = 0,01 \text{ g}$ e $\Delta x = 0,05 \text{ cm}$ inevitavelmente se propagam para uma incerteza Δk que podemos calcular através da fórmula de propagação de erros, onde cada uma dessas incertezas contribui com um termo. Com isso, preencha a tabela abaixo.

TABELA 2	Fórmula	Valor sem arredondamento
Δk devido a Δm		
Δk devido a Δx		
Δk total		

Se seu/sua chefe lhe desse \$\$ para melhorar a precisão de k nesse experimento, você investiria esse \$\$ em uma balança mais precisa ou em um instrumento que medisse x com um Δx menor? Justifique em termos de seus próprios cálculos na Tabela 2.

[Q3] Agora que você tem não só o valor de k (questão 1), mas também sua incerteza Δk (questão 2), passe seu resultado a limpo como manda o figurino, com valor, erro e unidade:

TABELA 3	$k = (\text{_____} \pm \text{_____}) \text{ _____}$
----------	-------------------------------------------------------

Este resultado condiz com o que você obteve na Tabela 1, antes de conhecer Δk ?

[Q4] Estimativas baseadas em uma única medição são sempre perigosas. Se possível, é recomendável realizar várias medidas para obter uma estimativa mais fiável e também para poder avaliar os efeitos de **erros aleatórios**. Com isso em mente realizamos $N = 5$ medidas de m e de x com os mesmos instrumentos, obtendo os seguintes resultados:

m (g)	100,31 \pm 0,01	100,29 \pm 0,01	100,32 \pm 0,01	100,30 \pm 0,01	100,31 \pm 0,01
x (cm)	79,45 \pm 0,05	79,33 \pm 0,05	79,48 \pm 0,05	79,29 \pm 0,05	79,50 \pm 0,05

Estes dados nos permitem fazer uma análise estatística. Vamos calcular a média, desvio padrão, e desvio padrão da média tanto para **m** como para **x**. Anote seus resultados na tabela abaixo, com as devidas unidades.

Dica: Use as funções estatísticas de sua calculadora, pois elas são uma mão na roda - especialmente no dia da prova!

TABELA 4		Valor sem arredondamento	Valor arredondado
média de m	$\bar{m} =$		
desvio padrão de m	$\sigma(m) =$		
desvio padrão da média de m	$\sigma_{med}(m) =$		
média de x	\bar{x}		
desvio padrão de x	$\sigma(x) =$		
desvio padrão da média de x	$\sigma_{med}(x) =$		

[Q5] Na questão 1 calculamos $k = m g / x$ usando a única medida de **m** e **x** então disponível. Agora que temos várias medidas, recalcule **k** com a mesma fórmula, mas usando os valores médios de **m** e **x**. Para evitar o famigerado “erro de arredondamento precoce”, use valores não arredondados e escreva **k** como sair de sua calculadora, sem se preocupar (por enquanto) com algarismos significativos.

TABELA 5	k =
----------	------------

[Q6] Lembrando que o **erro total** em uma quantidade é a soma de seu erro de escala e seu erro aleatório provável (= desvio padrão da média), preencha a tabela abaixo. Para o erro em **k** use a fórmula para Δk que você mesmo obteve na questão 2 e usando os erros totais em **m** e **x**. (Naturalmente, **k** não tem uma erro de escala.)

Dica: Cuidado com a síndrome do arredondamento precoce...

TABELA 6		Valor sem arredondamento	Valor arredondado
Erro total em m	$\Delta m =$		
Erro total em x	$\Delta x =$		
Erro total em k	$\Delta k =$		

[Q7] Para fechar esta parte da experiência, use todas suas contas nas Tabelas 4, 5 e 6 para escrever seus resultados finais para **m**, **x** e **k**, com valor, erro, e unidade, como deus manda:

TABELA 7	m = (_____ +/- _____) _____
	x = (_____ +/- _____) _____
	k = (_____ +/- _____) _____