

# Espessura de bolhas de sabão

Cheryl Henkels de Souza

31 de outubro de 2016

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Teoria</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Experimento</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>13</b>

# 1 Introdução

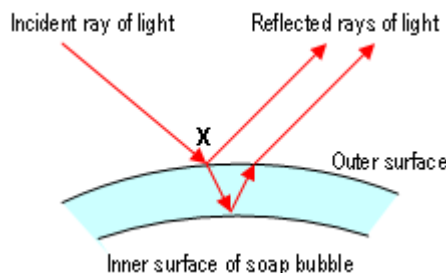
Bolhas de sabão são um interessante objeto de estudo devido às cores que elas possuem. Essas cores são obtidas pela reflexão da luz sobre as superfícies da bolhas e a interferência dessas ondas refletidas.

Cada cor possui um comprimento de onda específico, isso faz com que somente para determinadas espessuras seja possível visualizá-la. E esse fato pode ser usado para descobrir a espessura de uma bolha de sabão.

## 2 Teoria

Quando a luz incide sobre uma superfície fina e transparente como uma bolha de sabão (filme fino) uma parte dos raios é refletida na superfície externa da bolha enquanto outra parte é refratada para o interior da mesma. Depois os raios refratados sofrem uma segunda reflexão na superfície interna da bolha e saem pela superfície externa da mesma, são desconsideradas as outras reflexões e refrações que a luz sofre no caminho. Quando esses raios de luz saem da bolha ocorre interferência (superposição de duas ou mais ondas na mesma região do espaço) de diversos comprimentos de onda em diversos lugares do espaço. Isso pode ser observado na Figura 1.

Figura 1: Reflexão nas superfícies externa e interna da bolha.



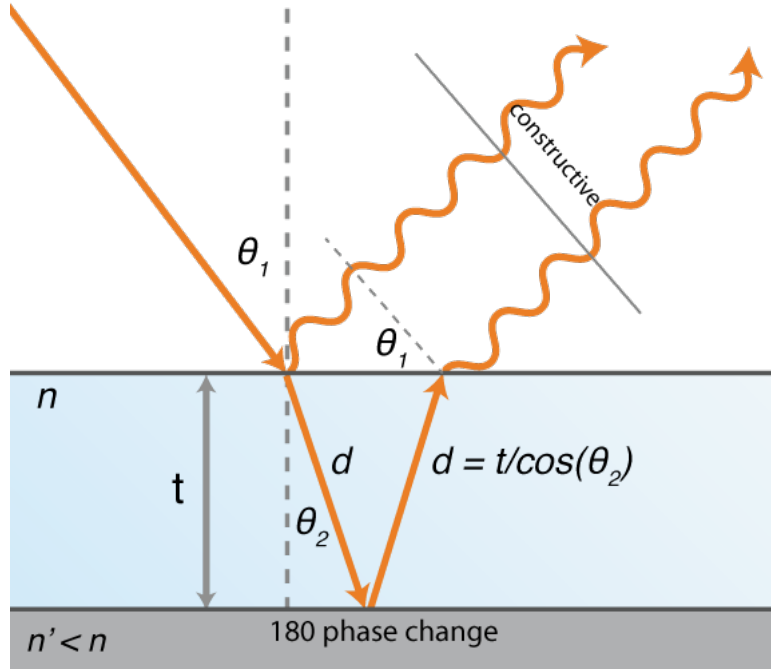
Fonte: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Reflection\\_from\\_a\\_bubble1.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Reflection_from_a_bubble1.png) [2]

A luz refletida na superfície externa sofre uma mudança de fase de  $\pi$  rad pois passa de um meio com menor índice de refração (ar) para um meio com maior índice de refração (água com sabão). Isso não ocorre na reflexão da superfície interna, pois a luz passa do meio com maior índice de refração para um meio com menor índice de refração.

Além da diferença de percurso óptico causada pela primeira reflexão, também é necessário levar em conta a diferença de percurso feito pela luz

( $\Delta S$ ). Então, sendo  $t$  a espessura da bolha,  $d$  a distância que a luz percorreu dentro da bolha entre a primeira reflexão e a segunda,  $\theta_1$  é o ângulo de incidência e  $\theta_2$  é o ângulo de refração. Pode-se escrever que o percurso feito pela luz dentro da bolha é dado por:

Figura 2: Geometria de dois raios de luz incidindo sobre a superfície de uma bolha.



Fonte: <http://www.sciencecalculators.org/optics/thin-films/> [1].

$$\Delta S_2 = 2 d n_2 = \frac{2 t n_2}{\cos \theta_2}$$

, onde  $n_2$  é o índice de refração na bolha.

E pode-se escrever que o raio da primeira reflexão faz um percurso

$$\Delta S_1 = 2 d n_1 \sin \theta_2 \sin \theta_1 = 2 t n_1 \tan \theta_2 \sin \theta_1$$

, onde  $n_1$  é o índice de refração no ar .

A diferença de percurso feito pelos 2 raios de luz é:

$$\Delta S = \frac{2 t n_2}{\cos \theta_2} - 2 t n_1 \tan \theta_2 \sin \theta_1 = \frac{2 t n_2}{\cos \theta_2} (n_2 - n_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2)$$

Usando a lei de Snell,

$$\Delta S = \frac{2t n_2}{\cos \theta_2} (n_2 - n_2 \sin \theta_2 \sin \theta_2) = \frac{2t n_2}{\cos \theta_2} (n_2 - n_2 + \cos^2 \theta_2)$$

$$\Delta S = 2t n_2 \cos \theta_2$$

Para que ocorra interferência construtiva, é necessário que a diferença de caminho óptico seja um múltiplo do comprimento de onda  $\lambda$ , então

$$\Delta L = m\lambda$$

$$\Delta S + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$2t n \cos \theta_2 = \left(\frac{1}{2} + m\right)\lambda$$

Logo, para cada comprimento de onda a interferência construtiva ocorre para uma espessura diferente. Assim, pode-se usar a cor refletida por uma bolha de sabão para saber sua espessura.

Tem-se que levar em conta que a espessura de uma bolha não é homogênea, ela é menor em cima do que em baixo, e diminui com o passar do tempo, devido à evaporação da água.

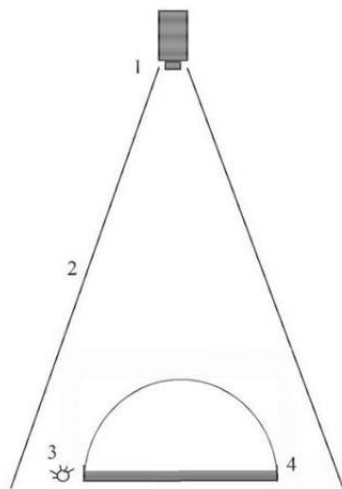
### 3 Experimento

Para realização do experimento utilizou-se uma mistura de 600 ml de água, 100 ml de detergente e 20 ml de glicerina e uma argola metálica para soprar as bolhas. Também foi feito um cilindro de papel branco com aproximadamente 19 cm de altura e 8 cm de diâmetro que foi colocado em volta da bolha para permitir que a luz incida somente em cima da bolha (diminuir a luz que incide nas laterais da mesma). A mesa também foi forrada com um plástico preto a fim de evitar que a luz que é refratada na superfície interna da bolha seja refletida pela mesa e passe novamente pela bolha. Um suporte foi montado sobre a bolha e o cone de papel para fixar a câmera acima da bolha e obter todas as fotos tiradas da mesma posição. O aparato foi montado conforme a figura 3.

Foram tiradas fotos a cada 5 segundos até que a bolha estourasse, para visualizar e estudar as cores na bolha em diversos intervalos de tempo.

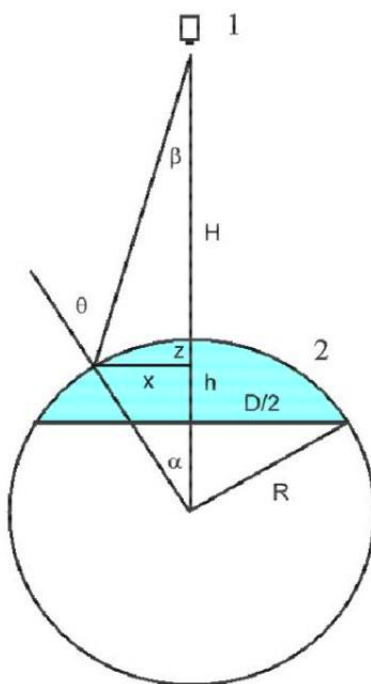
Para descobrir a espessura da bolha, usou-se o fato de que cada comprimento de onda (cor) só é observado (interferência construtiva) em determinadas espessuras, e que essa cor também depende do ângulo de refração. Para descobri o ângulo  $\theta_2$  usou-se a geometria do aparato.

Figura 3: Esquema do aparato. O elemento 1 é a câmera, 2 é um raio que chega até a câmera, 3 é a bolha.



Fonte: Artigo "Measuring soap bubble thickness with color matching" [7].

Figura 4: Geometria do aparato.



Fonte: Artigo "Measuring soap bubble thickness with color matching" [7].

Temos que  $\theta_1 = \alpha + \beta$  e, portanto:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{x}{R}\right)$$

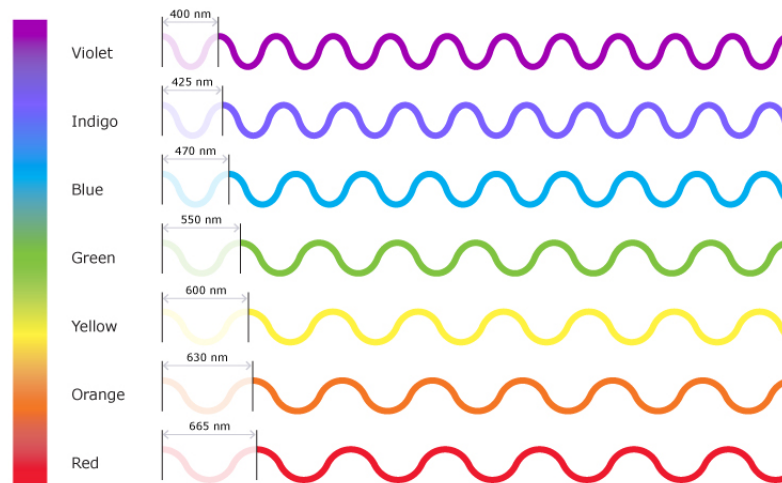
$$\beta = \arctan\left(\frac{x}{R - R \cos \alpha + H - h}\right)$$

$$R = \frac{D^2/4 + h^2}{2h}$$

E conhecendo o  $\theta_1$  pode-se descobrir com a lei de Snell o  $\theta_2$ . Nessa experiência observou-se o diâmetro da bolha ( $D = 6 \pm 1 \text{ cm}$ ), a altura da bolha ( $h = 2,5 \pm 0,5 \text{ cm}$ ) e a distância entre a mesa e a câmera ( $H = 22,00 \pm 0,05 \text{ cm}$ ), onde os erros são estimados levando-se em conta a habilidade do observador. Também usou-se o índice de refração do ar igual a 1 e o índice de refração da bolha igual a 1,33.

A partir desses dados criou-se um programa onde bastava o usuário digitar o comprimento da onda que ele observava  $\lambda$  (os valores para o comprimento de onda foram obtidos numa tabela - Figura 5), a distância na qual cor se encontrava do centro da bolha  $x$ , e a ordem de interferência que o usuário observava  $m$ , e o programa calculava a espessura da bolha.

Figura 5: Tabela relacionando cada cor a seu devido comprimento de onda.



© Copyright. 2012. University of Waikato. All Rights Reserved.

Fonte: <http://sciencelearn.org.nz/Contexts/Light-and-Sight/Science-Ideas-and-Concepts/Colours-of-light> [4].

Assim, analisou-se a bolha no primeiro instante em que ela foi fotografada ( $t=0$ ), e obteve-se os seguintes resultados:

x (cm)	m	cor	Espessura (m)
0.25	0	azul	$8.857081419049469 \times 10^{-8}$
0.35	0	amarelo	$1.133462155375942 \times 10^{-7}$
0.50	0	laranja	$1.196366419180042 \times 10^{-7}$
0.55	0	vermelho	$1.265559985432133 \times 10^{-7}$
0.60	1	violeta	$2.289135245222556 \times 10^{-7}$
0.70	1	azul	$2.704240830739002 \times 10^{-7}$
0.90	1	verde	$3.207127968776458 \times 10^{-7}$
1.10	1	amarelo	$3.558574306987755 \times 10^{-7}$
1.20	1	vermelho	$3.983300272758789 \times 10^{-7}$
1.50	2	violeta	$4.138167334036864 \times 10^{-7}$
1.55	2	azul	$4.895773337924085 \times 10^{-7}$
1.60	2	verde	$5.770051944297508 \times 10^{-7}$
2.10	3	violeta	$6.410807469871966 \times 10^{-7}$
2.55	3	azul	$8.371362581414895 \times 10^{-7}$
2.70	4	violeta	$9.535572637280993 \times 10^{-7}$

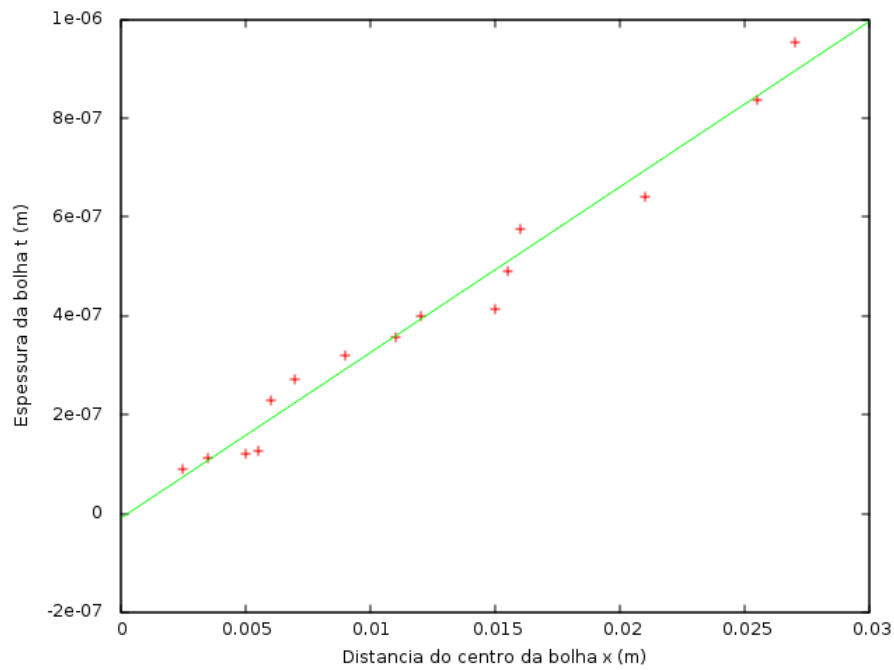
Tabela 1: Tabela dos dados obtidos através da análise da foto da bolha no primeiro instante em que a mesma foi fotografada. A cor, a ordem espectral (m) e a distância do centro da bolha (x) foram estimados pelo observador usando-se apenas uma escala milimetrada sobre a foto da bolha e seus conhecimentos prévios.

Figura 6: Foto da bolha no primeiro instante em que é fotografada.



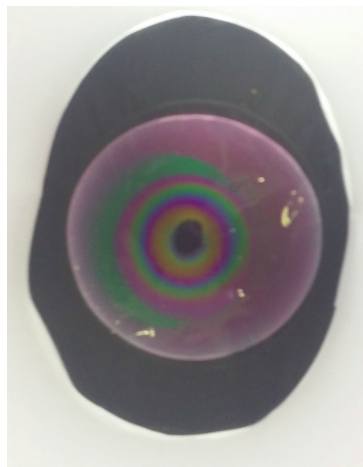
Fonte: Foto tirada pelo próprio autor.

Figura 7: Gráfico da espessura da bolha em função da distância a partir do centro  $x$ , no primeiro instante em que ela foi fotografada. A linha é somente uma aproximação linear do comportamento dos pontos.



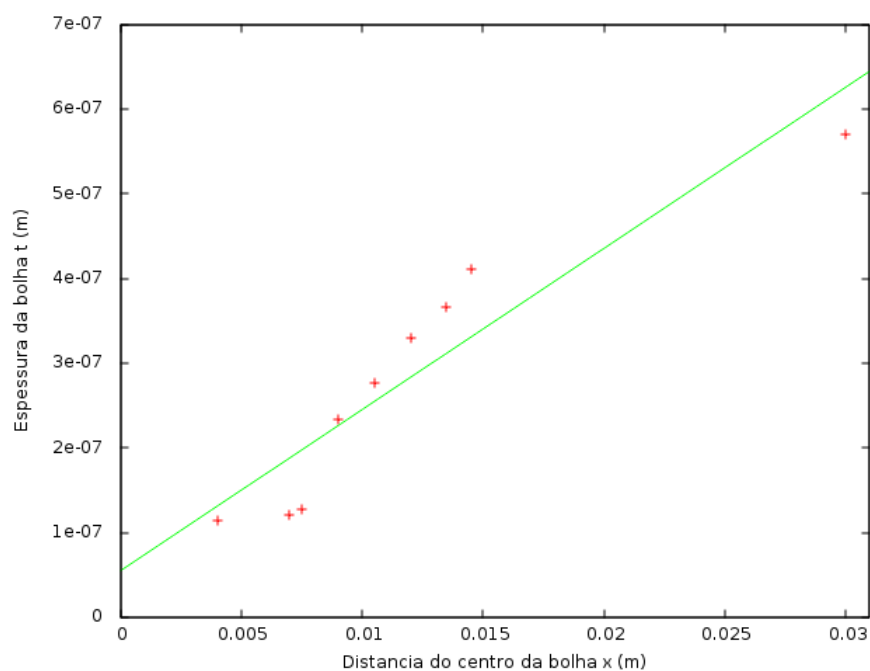
Também foi analisado a bolha 1 minuto após a primeira foto.

Figura 8: Foto da bolha depois de 1 minutos de observação.



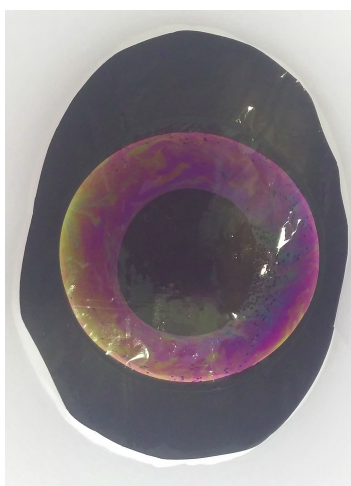
Fonte: Foto tirada pelo próprio autor.

Figura 9: Gráfico da espessura da bolha em função da distância a partir do centro  $x$ , depois de 1 minuto de observação. A linha é somente uma aproximação linear do comportamento dos pontos.



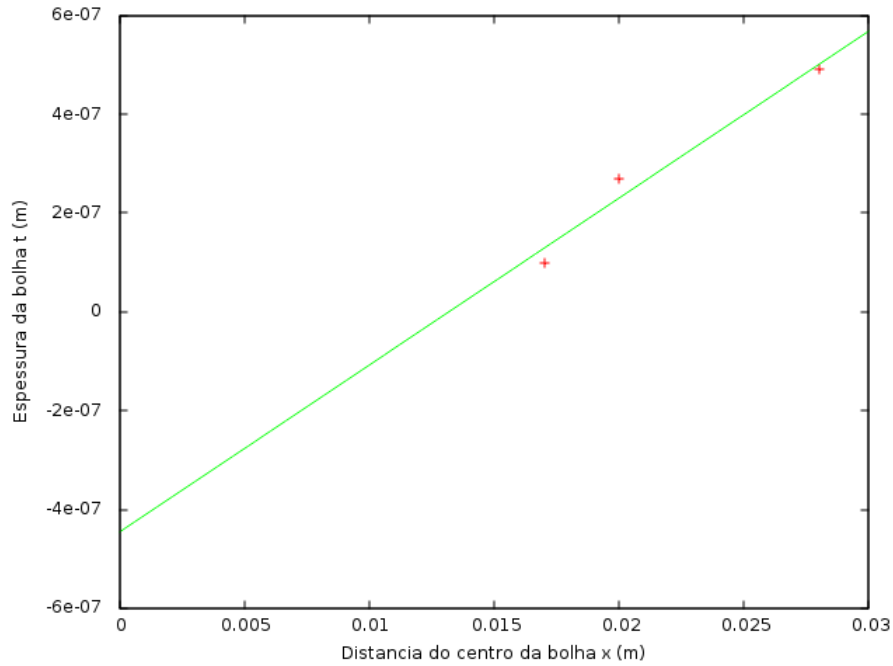
E a bolha no último instante antes dela estourar.

Figura 10: Foto da bolha instantes antes dela estourar, após 6 minutos e 25 segundos de observação.



Fonte: Foto tirada pelo próprio autor.

Figura 11: Gráfico da espessura da bolha em função da distância a partir do centro  $x$ , instantes antes dela estourar. A linha é somente uma aproximação linear do comportamento dos pontos.



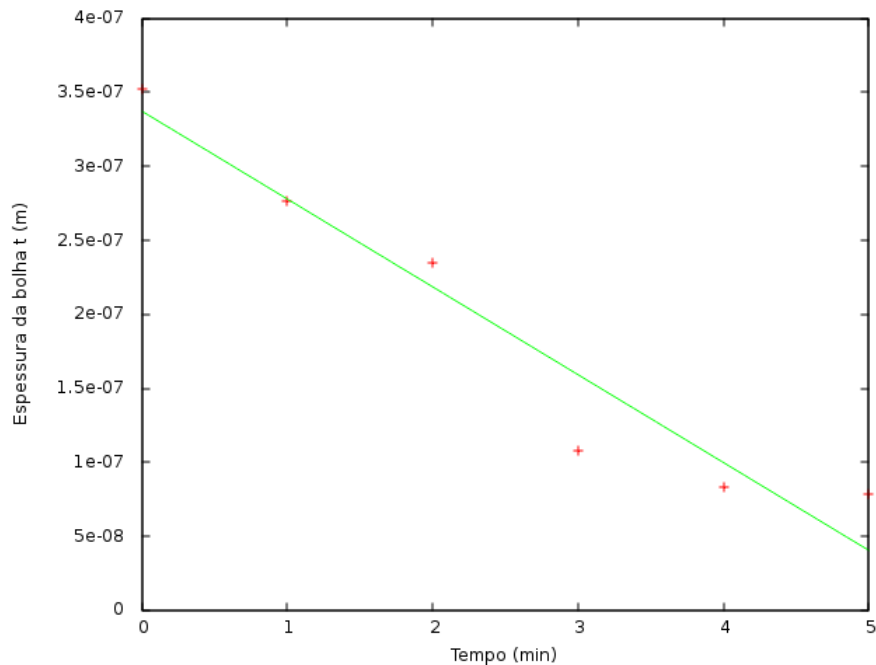
O mesmo procedimento pode ser aplicado para a bolha em qualquer instante de tempo, porém com o objetivo de simplificar o trabalho escolheu-se estudar somente a bolha nesses 3 instantes. Outro motivo para essa escolha foi que com o passar do tempo as linhas coloridas começam a se misturar e formar figuras mais complexas, o que torna difícil a análise da espessura nesses casos.

Analisou-se também a espessura da bolha em um ponto a 1 cm do seu centro com o passar do tempo.

Tempo (min)	m	cor	Espessura (m)
0	1	amarelo	$3.526876671542642 \times 10^{-7}$
1	1	azul	$2.762720059375070 \times 10^{-7}$
2	1	violeta	$2.351251114361761 \times 10^{-7}$
3	0	verde	$1.077656760749141 \times 10^{-7}$
4	0	índigo	$8.327347696697906 \times 10^{-8}$
5	0	violeta	$7.837503714539205 \times 10^{-8}$
6	0	preto	indefinida
6,4	0	preto	indefinida

Tabela 2: Tabela dos dados obtidos através da análise de fotos tiradas da bolha a cada minuto. A cor e a ordem espectral (m) foram estimados pelo observador usando-se apenas uma escala milimetrada sobre a foto da bolha e seus conhecimentos prévios. Após 6 minutos, não é mais possível saber a espessura da bolha pois ela se encontra tão fina que não há mais interferência construtiva para os comprimentos de onda da luz visível.

Figura 12: Gráfico da espessura da bolha em função do tempo. A linha é somente uma aproximação linear do comportamento dos pontos.



Dos resultados obtidos percebe-se que há uma mancha escura bem no centro da bolha que cresce com o passar do tempo. Essa mancha ocorre

porque nesse local a bolha se encontra tão fina que para os comprimentos de onda da luz visível não ocorre interferência construtiva (só ocorre com comprimentos de onda menores, como ultra-violeta, raios-X e raios gama) e, como há uma mudança de fase de  $\pi$  rad na primeira reflexão, ocorre interferência destrutiva, e o filme se torna escuro nesse ponto. Como a espessura da bolha diminui com o tempo essa mancha aumenta, e quando ela atinge seu tamanho máximo a bolha estoura.

Também pôde-se observar que, para ordens espectrais maiores, houve mais "mistura" das cores, isso significa que comprimentos de onda de uma ordem espectral tinham sua máxima intensidade na mesma posição que os de outras ordens espectrais.

Também pôde-se perceber que a espessura da bolha é maior na parte inferior da bolha do que na parte superior da mesma, isso ocorre devido à força gravitacional que age na bolha, tornando sua espessura não homogênea.

## 4 Conclusão

A reflexão da luz branca em um filme fino causa a formação de um espectro, no caso de uma bolha esse espectro pode ser observado na forma de anéis coloridos concêntricos. Cada anel formado possui uma espessura característica, e isso pode ser usado para fazer um mapeamento da espessura de uma bolha de sabão.

Nesse mapeamento é possível observar que a espessura da bolha é maior na parte inferior do que na parte superior da mesma, isso ocorre devido à ação da força gravitacional. Também pode-se perceber que a espessura diminui com o tempo, devido à evaporação da água da bolha.

Também é possível saber o momento que a bolha está prestes a estourar, devido ao tamanho da mancha escura que forma-se no centro da mesma, pois nesse momento o filme encontra-se tão fino que não é mais possível observar a interferência da luz visível.

## Referências

- [1] Thin films. Disponível em <http://www.sciencecalculators.org/optics/thin-films/>. Acessado em 30 de outubro de 2016, às 10h12.
- [2] Wikimedia Commons. Reflection from a bubble. Disponível em [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Reflection\\_from\\_a\\_bubble1.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Reflection_from_a_bubble1.png). Acessado em 29 de outubro de 2016, às 9h45.

- [3] SEARS e ZEMANSKY. *Física IV: ótica e física moderna*. 12 edition.
- [4] Science Learn. Colours of light. Disponível em <http://sciencelearn.org.nz/Contexts/Light-and-Sight/Science-Ideas-and-Concepts/Colours-of-light>. Acessado em 1 de novembro de 2016, às 9h02.
- [5] Ensino Novo. Interferência. Disponível em <http://ensinonovo.if.usp.br/universitario-alunos/interferencia/>. Acessado em 30 de outubro de 2016, às 10h22.
- [6] Clementina SANTOS, Mário N. B.e TEIXEIRA. Bolas de sabão: preparação, estrutura e propriedades. Disponível em <http://web.ist.utl.pt/ist12219/data/90.pdf>.
- [7] C. G. DEACON Y. D. AFANASYEV, G. T. ANDREWS. Measuring soap bubble thickness with color matching. Disponível em [https://www.researchgate.net/publication/252733803\\_Measuring\\_soap\\_bubble\\_thickness\\_with\\_color\\_matching](https://www.researchgate.net/publication/252733803_Measuring_soap_bubble_thickness_with_color_matching).