Física Geral IV (FSC5194 04002 2017-2): Lista 1a

05 de agosto de 2017

1 Exercícios

1.1 Oscilações eletromagnéticas

1 O capacitor de um circuito LC em série está inicialmente carregado. A chave do circuito é fechada, permitindo que o capacitor descarregue. (a) Depois de um tempo T, a energia no capacitor é um quarto do valor inicial. Determine L se C e T são conhecidos. (b) O indutor tem indutância de 20,0 mH e o capacitor tem capacitância de 0,500 μF. Se a corrente instantânea máxima é 0,100 A, qual é a maior diferença de potencial no capacitor?

2 Encontre pelo menos duas maneiras de mostrar que a frequência natural $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ tem unidades de s^{-1}.

3 Um circuito LC sem fonte está em oscilação livre. A carga máxima no capacitor é q_{max}. Suponha que a resistência no circuito é desprezível. (a) Encontre a carga no capacitor quando a energia no campo magnético for três vezes a energia no campo elétrico. (b) Quanto tempo se passou desde o capacitor estar completamente carregado para que o sistema se encontre nesse estado? (c) Adicionamos agora uma resistência R ao circuito. A frequência natural de oscilação do circuito RLC será maior, menor ou igual à frequência natural de oscilação do circuito LC sem resistência? Explique.

4 Considere um circuito LC ideal, com $C = 1{,}7\,\mu F$ e $L = 12\,mH$. (a) Quando a energia total está igualmente dividida entre o campo elétrico e o campo magnético, qual o valor da carga? (b) Em que instante de tempo esta condição acontecerá, supondo que em $t = 0$ o capacitor está completamente carregado?

5 Um circuito RLC ficou muito tempo conectado a uma fonte e o capacitor está completamente carregado. Sejam $R = 7{,}60\,\Omega$, $L = 2{,}20\,mH$, e $C = 1{,}80\,\mu F$. (a) Calcule a frequência de oscilação do circuito quando a fonte for removida. (b) A resistência foi trocada e o circuito agora está criticamente amortecido. Calcule o novo R.

6 Ao se ligar um circuito com uma capacitância C, uma indutância L e uma resistência R em série, iniciam-se oscilações eletromagnéticas. Se $R \ll \sqrt{4L/C}$ (amortecimento fraco), quanto tempo se passa até (a) a amplitude da carga cair para 50% do valor inicial e (b) a energia decair em 50%?

1.2 Circuitos de corrente alternada

7 Considere um circuito de corrente alternada (CA) puramente indutivo, com um indutor L e uma fonte $\epsilon = \epsilon_{\text{max}} \sin(\omega t)$. (a) A corrente máxima é 7,50 A quando a frequência é 50 Hz e $\epsilon_{\text{max}} = 100\,V$. Calcule a indutância L. (b) Dada a mesma amplitude de tensão da fonte, para qual frequência angular ω a corrente máxima é 2,50 A? (c) Considere agora $\epsilon_{\text{max}} = 80{,}0\,V$, $\omega = 65{,}0\pi\,\text{rad}\,s^{-1}$ e $L = 70{,}0\,mH$. Calcule a corrente no indutor no instante de tempo $t = 15{,}5\,ms$.

8 Qual é a corrente máxima fornecida por uma fonte CA com $\epsilon_{\text{max}} = 48{,}0\,V$ e $f = 90{,}0\,Hz$ quando conectada em série com um capacitor de 3,70 μF?

9 O circuito de uma rádio AM contém uma combinação LC. A indutância é 0,200 mH e o capacitor é variável, de forma que o circuito possa estar em ressonância entre 550 e 1650 kHz. Encontre a faixa de valores de C para que isso seja possível.

10 O circuito da Figura 1 contém uma fonte de CA do tipo $\epsilon = \epsilon_m \sin(\omega t)$, uma resistência de $R = 6{,}00\,\Omega$, e uma 'caixa preta' que contém ou um indutor, ou um capacitor, ou ambos. A amplitude da fem é 6,00 V. Medimos a corrente no circuito com frequência angular $\omega = 2{,}00\,\text{rad}\,s^{-1}$, e achamos que ela está exatamente em fase com a fem. Medimos a corrente no circuito com frequência angular $\omega = 1{,}00\,\text{rad}\,s^{-1}$, e achamos que ela está adiantada em relação à fem por $\pi/4$ rad. (a) O que a caixa preta contém? Explique com detalhes seu raciocínio. (b) Qual é a razão entre as amplitudes de corrente $\dfrac{i_{m,2}(\omega = 2\text{rad}\,s^{-1})}{i_{m,1}(\omega = 1\text{rad}\,s^{-1})}$? (c) Qual é o valor da capacitância, ou da indutância, ou de ambas dentro da caixa preta? (d) Calcule a potência média dissipada pelo resistor, a consumida pela caixa preta, e a fornecida pela fonte.

11 Considere um circuito RLC com uma fonte de corrente alternada com todos os elementos ligados em série. (a) Mostre que a potência fornecida

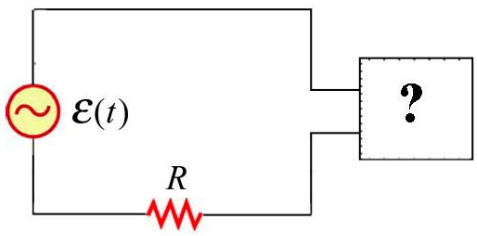

Figura 1: Exercício 10.

pela fonte pode ser escrita também como $\langle P_{\text{fem}} \rangle = \epsilon_{\text{rms}}^2 R/Z^2$. Mostre então que esta expressão dá resultados razoáveis para um circuito (b) puramente resistivo, (c) em ressonância, (d) puramente capacitivo, e (e) puramente indutivo.

12 Uma usina elétrica de 2,4 MW produz eletricidade com uma tensão de 2400 V. Um transformador ideal aumenta a tensão para 240 kV, e a energia é transportada a uma cidade através de uma linha de transmissão de resistência de 10 Ω. (a) Calcule a porcentagem da potência que é perdida na transmissão. (b) O aconteceria se a usina tentasse levar a energia à cidade com a tensão original (2400 V)?

1.3 *Equações de Maxwell e ondas eletromagnéticas*

13 Escreva as quatro equações de Maxwell na forma diferencial e integral e a interpretação física de cada uma. Quais as diferenças prática e a teórica entre a forma integral e a diferencial?

14 Um capacitor de placas paralelas circulares de raio R está conectado a uma fonte. Em $t = 0$, uma corrente $i(t)$ começa a circular no circuito. Despreze efeitos de borda e assuma que a distância entre as placas é $\ll R$. (a) Calcule o campo elétrico entre as placas em função de R e da carga $q(t)$ no capacitor. (b) Encontre uma expressão para o campo magnético B induzido entre as placas do capacitor em função de R, $i(t)$ e da distância r até o centro das placas. Considere as regiões $r < R$ e $r > R$. (c) Faça um gráfico esquemático de $B(r)$. Confira se $B(r = R)$ é o mesmo para as duas soluções encontradas anteriormente. Considere a razoabilidade da forma de $B(r)$ para $r \to 0$, $r \to \infty$, e $r = R$. (d) Qual é o fluxo magnético total pelas faces de um octaedro colocado na região entre as placas?

15 Calcule $1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ e a sua unidade. As unidades de μ_0 e ϵ_0 podem ser derivadas a partir da lei de Gauss e da lei de Ampère.

16 O campo magnético de uma onda eletromagnética plana é dado por $\vec{B} = B_0 \sin(kx - \omega t)\hat{j}$. (a) Qual é o comprimento de onda? (b) Encontre uma expressão para o campo elétrico associado a esse campo magnético. (c) Determine o vetor de Poynting. (d) Calcule a intensidade média da onda, sabendo que $B_0 = 2{,}0\ \mu\text{T}$. (e) Essa onda é totalmente refletida por uma folha condutora no plano yz em $x = 0$. Sabendo que a componente do campo elétrico paralela à superfície de um condutor ideal deve ser nula, determine os campos elétrico e magnético da onda refletida.

17 O campo elétrico de uma onda eletromagnética plana oscila na direção y e o vetor de Poynting é dado por $\vec{S} = (100\ \text{W m}^{-2})\cos^2[10x - (3 \times 10^9)t]\hat{\imath}$, onde x é dado em metros e t em segundos. (a) Qual é o sentido de propagação da onda? (b) Calcule o comprimento de onda e a frequência. (c) Assumindo que em $t = 0$ e $x = 0$ o campo elétrico está no sentido $+y$, calcule os campos elétrico e magnético.

18 O campo elétrico de uma onda eletromagnética é dado pela superposição de duas ondas planas: $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\hat{\imath} + E_0 \cos(kz + \omega t)\hat{\imath}$. (a) Determine o campo magnético associado. (b) Qual é a energia por unidade de área por unidade de tempo transportada por essa onda? (c) Qual é a média temporal do vetor de Poynting?

19 Em uma onda eletromagnética plana, como uma onda de luz, os módulos do campo elétrico e do campo magnético estão relacionados pela expressão $E = cB$, onde $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ é a velocidade da luz no vácuo. Mostre que, para este caso, as densidades de energia elétrica e magnética são iguais.

20 Um microondas contém um tubo de elétrons chamado de magnetron, que gera ondas eletromagnéticas de 2,45 GHz. As microondas entram no forno e são refletidas pelas paredes, produzindo ondas estacionárias. Essa é a razão de haver um prato giratório dentro do forno: tentar fazer com que a comida cozinhe por igual. Sabendo disso, os alunos de Física Geral IV resolveram sacrificar uma parte de barra de chocolate para medir a velocidade das microondas: retiraram o mecanismo giratório do microondas, colocaram a barra de chocolate no forno, e o ligaram em potência máxima por 30 segundos. Ao retirarem o chocolate do forno e antes de dividirem a despedaçada barra entre si, mediram a separação entre os pontos derretidos e acharam 6,0 cm ± 5%. Qual é a velocidade das microondas?

21 A potência média do Sol é de $L_\odot = 3{,}826 \times 10^{26}$ W. (a) Calcule a intensidade solar média durante o dia na superfície da Terra, assumindo uma distância média entre o Sol e a Terra de $1{,}496 \times 10^{11}$ m. (b) Uma família que mora perto da linha do equador quer construir um sistema de captação de energia solar para a sua casa. Se a eficiência do sistema é de 30% e a família precisa de no máximo 25 kW, qual deve ser a superfície coberta por células fotovoltaicas?

22 (a) Considere um modelo simples de um gás formado por átomos de um elétron harmonicamente ligado ao núcleo, como se fosse um sistema massa–mola. O elétron está submetido a uma força restauradora $-m\omega_0^2 z$, onde m é a massa do elétron, ω_0 a frequência natural atômica e z o deslocamento da posição de equilíbrio do elétron. Em um plano dado no espaço, considere uma onda do tipo $E_z(t) = E_0\cos(\omega t)$, e que $\omega \ll \omega_0$. Mostre que um elétron de carga e oscila com a mesma frequência do campo elétrico incidente com aceleração $\dfrac{-eE_0\omega^2}{m\omega_0^2}\cos(\omega t)$. (b) A potência total de uma carga com aceleração a movendo-se a uma velocidade não-relativística é dada pela fórmula de Larmor: $P = \dfrac{2}{3}\dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{a^2}{c^3}$. Mostre que a média temporal da potência é $\langle P\rangle \propto \lambda^{-4}$, que é a famosa lei derivada por Lord Rayleigh. Este resultado é válido para $\lambda \gg$ tamanho característico do átomo ou molécula. (c) Use o resultado anterior para explicar (i) por que o céu é azul, (ii) por que o nascer e o pôr-do-sol são vermelhos, e (iii) por que é mais fácil se queimar ao meio-dia.

23 A espaçonave Voyager 2 está hoje a 16,7 bilhões de quilômetros da Terra (`http://voyager.jpl.nasa.gov/where/`). Ela tem transmissores de 20 W que enviam sinais em um cone, muito bem direcionados. Se intensidade do sinal recebido na Terra é de 1,0 nW m^{-2}, qual é o ângulo de dispersão do cone de sinal?

24 Pequenas partículas de de poeira podem ser removidas do sistema solar pela pressão de radiação do Sol. Considere partículas esféricas de raio r e densidade 1,0 g cm^{-3} e que absorvam toda a radiação incidente em uma seção reta de área πr^2. A potência média do Sol é dada no Exercício 21. Qual é o raio r para o qual a força de repulsão da radiação é igual à força gravitacional de atração do Sol?

25 Você construiu uma espaçonave de massa m impulsionada pela pressão de radiação de uma vela solar feita de um material perfeitamente refletor. A vela está a uma distância r do Sol e orientada perpendicularmente aos raios solares. A potência média do Sol é dada por $L_\odot$, a constante gravitacional por G, a massa do Sol por $M_\odot$ e a velocidade da luz no vácuo por c. Qual é a área mínima da vela solar para contrabalançar a atração gravitacional do Sol?

26 Dois astronautas em um filme, interpretados por George Clooney e Sandra Bullock, estão desesperadamente tentando voltar para sua espaçonave, a 10,0 m. A única chance dos heróis é usar um laser de 100 W para voltar para a espaçonave. Considere que as leis da Física não são (completamente) violadas nesse filme. (a) George tem 110 kg e aponta o laser no sentido contrário à nave e o dispara. George continua disparando o laser e espera pacientemente retornar à nave. Ele conta com um sistema de entretenimento acoplado ao seu capacete, mas, para sua infelicidade, o único filme que ele consegue assistir é *Gravidade*, que dura 90 minutos e fica repetindo continuamente. Quantas vezes George tem que assistir ao filme até conseguir voltar para a espaçonave? (b) Sandra usa uma estratégia diferente: decide jogar o seu disparador de laser de 0,300 kg no sentido oposto à espaçonave. Ao ser atirado, o instrumento se move com uma velocidade de 12,0 m s^{-1} em relação a Sandra. Se ela tem 60 kg, quanto tempo leva para voltar para a espaçonave?

2 *Respostas*

1 (a) $L = \dfrac{1}{C}\left(\dfrac{3T}{\pi}\right)^2$. (b) $V_{C,m} = 20$ V.

2 Demonstração.

3

4 (a) $q_m/\sqrt{2}$. (b) $1{,}12 \times 10^{-4}$ s.

5 (a) 2,51 kHz. (b) 69,9 Ω.

6 (a) $t_a = 0{,}693\dfrac{2L}{R}$. (b) $t_b = t_a/2$.

7 (a) 0,0424 H. (b) 942 rad s^{-1}. (c) 5,60 A.

8 (a) 100 mA.

9 46,5 a 419 pF.

10 (a) Ambos. (b) $\sqrt{2}$. (c) 2,00 H e 0,125 F. (d) 75; 0 e 75 W.

11 (a) Demonstração. $\langle P_{\text{fem}} \rangle$ = (b) $\epsilon_{\text{rms}}^2/R$; (c) $\epsilon_{\text{rms}}^2/R$; (d) 0; (e) 0.

12 (a) 0,04%. (b) Toda a energia seria perdida na linha de transmissão.

13 Explanação.

14 (a) $\dfrac{q}{\epsilon_0 \pi R^2}$. (b) $B(r < R) = \dfrac{\mu_0 r}{2\pi R^2} i$; $B(r > R) = \dfrac{\mu_0}{2\pi r} i$. (c) Explanação. (d) 0.

15 $299\,792\,458\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

16 (a) $\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$. (b) $\vec{E} = cB_0 \sin(kx - \omega t)(-\hat{k})$. (c) $\vec{S} = \dfrac{cB_0^2}{\mu_0} \sin^2(kx - \omega t)\hat{\imath}$. (d) 480 $\mathrm{W\,m^{-2}}$. (e) $\vec{E}_{\text{refl}} = cB_0 \sin(kx + \omega t)(-\hat{k})$; $\vec{B}_{\text{refl}} = B_0 \sin(kx + \omega t)(-\hat{\jmath})$.

17 (a) $+x$. (b) $\lambda = 0{,}628$ m; $\nu = 477$ MHz. (c) $\vec{E}(x,t) = (194\,\mathrm{V\,m^{-1}}) \cos\left[10x - (3 \times 10^9)t\right]\hat{\jmath}$; $\vec{B}(x,t) = (0{,}647\,\mu\mathrm{T}) \cos\left[10x - (3 \times 10^9)t\right]\hat{k}$.

18 (a) $\vec{B} = \dfrac{E_0}{c}\cos(kz - \omega t)\hat{\jmath} - \dfrac{E_0}{c}\cos(kz + \omega t)\hat{\jmath}$. (b) $\vec{S} = \dfrac{E_0^2}{c} \sin(2kz) \sin(2\omega t)\hat{k}$. (c) $\langle \vec{S} \rangle = 0$.

19 Demonstração.

20 $(2{,}9 \pm 0{,}1)10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

21 (a) $1{,}360\,\mathrm{kW\,m^{-2}}$. (b) $122{,}5\,\mathrm{m^2}$.

22 Demonstrações.

23 $\theta \sim 4{,}8 \times 10^{-9}$ rad $\sim 0{,}000\,98''$.

24 $0{,}573\,\mu\mathrm{m}$.

25 $A_{\min} = \dfrac{2\pi c G m M_\odot}{L_\odot}$.

26 (a) ~ 15 vezes. (b) 167 s.