

Física Geral IV (FSC5194 04002 2017-2): Lista 3a

4 de novembro de 2017

1 Exercícios

1.1 Transformação de Lorentz: espaço, tempo, velocidade

1 Um relógio atômico A move-se a 1000 km h^{-1} durante 1.00 h pela medição de um relógio idêntico B na Terra. Quão atrasado está o relógio A em comparação ao relógio B ao fim do intervalo de 1.00 h ?

2 Um múon criado na alta atmosfera terrestre viaja com uma velocidade de $0.990c$ por uma distância de 4.60 km do referencial da Terra antes de decair (ele decai em um elétron, neutrino e um antineutrino). (a) Quanto tempo o múon vive, se medido do seu referencial? (b) Qual é o deslocamento da Terra, se medido do referencial do múon?

3 Uma sonda espacial é lançada da Terra. Depois de um período breve de aceleração, ela se move a velocidade constante de 70.0% da velocidade da luz. Suas baterias fornecem energia para manter o sistema de comunicação ativo. As baterias têm uma vida útil de 15.0 anos no referencial de repouso. (a) Quanto tempo as baterias duram do ponto de vista do Centro Controle de Missão na Terra? (b) A que distância da Terra a sonda estará quando as suas baterias falharem, se medida pelo Centro de Controle?

4 Uma espaçonave Klingon distancia-se da Terra com velocidade $0.800c$ (Figura 1). A espaçonave Enterprise está seguindo-na a uma velocidade de $0.900c$ em relação à Terra. Observadores na Terra veem a Enterprise ultrapassando a nave Klingon com velocidade relativa de $0.100c$. Com que velocidade a equipe da Enterprise vê sua nave está ultrapassando a nave Klingon?

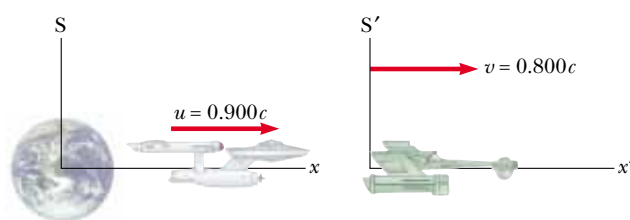


Figura 1: Da esquerda para a direita, espaçonaves Enterprise e Klingon do Exercício 4.

5 Dois jatos de matéria do centro de uma rádio-galáxia são ejetados em direções opostas. Ambos os jatos movem-se a $0.750c$ relativamente à rádio-galáxia. Determine a velocidade um jato em relação ao outro.

1.2 Efeito Doppler

6 Uma fonte de luz se afasta de um observador com velocidade v pequena em comparação com c .

(a) Mostre que o desvio fracional no comprimento de onda medido é dado pela expressão

$$z \equiv \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{v}{c}.$$

O comprimento de onda de objetos se afastando é desviado para o vermelho. Em 1929 Edwin Hubble notou que a maior parte das galáxias está se afastando da nossa, e, quanto mais distantes, mais rapidamente se afastam. É possível medir a velocidade de afastamento a partir do desvio para o vermelho dos espectros (em geral usa-se o termo em inglês *redshift*).

(b) Medidas mostram que a luz emitida em 3727 \AA (uma linha do oxigênio uma vez ionizado) em uma galáxia é observada em 3915 \AA . Qual é a velocidade com que essa galáxia está se afastando?

(c) A lei de Hubble relaciona a velocidade de recessão v de uma galáxia à sua distância D através da constante H_0 : $v = H_0 D$. A missão Planck, lançada em 2009 para observar a radiação cósmica de fundo, mediu a constante de Hubble como $H_0 = 67.80 \pm 0.77 \text{ km/s/Mpc}$. Usando a lei de Hubble, a que distância (em Mpc e em metros) está essa galáxia?

7 Um físico fura um sinal vermelho e é parado por um guarda de trânsito. Ele conta ao policial que o desvio Doppler da luz vermelha, de comprimento de onda 650 nm , parecia verde para ele, com um comprimento de onda de 520 nm . O policial aplica-lhe uma grande multa e apreende a sua carteira de motorista. A que velocidade estava dirigindo o físico, segundo seu próprio testemunho?

1.3 Momento e energia

8 Um próton se move a $0.950c$. Calcule (a) sua energia de repouso, (b) sua energia total, (c) sua energia cinética. Consulte um livro para saber a massa de repouso do próton.

9 Considere elétrons acelerados a uma energia de 20.0 GeV em um acelerador de partículas de 3.00 km. (a) Calcule o fator de Lorentz γ para esses elétrons. (b) Qual é a sua velocidade? (c) Qual o tamanho do acelerador no referencial dos elétrons?

10 Uma partícula instável de massa M que estava em repouso decai em dois fótons. A massa de repouso de um fóton é nula. Calcule o momento e a energia desses fótons.

11 Quando 1.00 g de hidrogênio se combina com 8.00 g de oxigênio, ~ 9.00 g de água se formam. Durante essa reação química, 2.86×10^5 J de energia são liberados. Quanta massa é perdida na reação?

12 A potência média do Sol é 3.846×10^{26} W. Quanta massa é convertida em energia no Sol a cada segundo?

1.4 Invariância de carga

13 Considere um capacitor de placas plano-paralelas retangulares separadas por 2 cm. As placas estão posicionadas no plano xy . A dimensão das placas no eixo x é de 20 cm e o eixo y de 10 cm. O capacitor é ligado a uma bateria de 300 V.

Do referencial do laboratório: (a) Calcule o número de elétrons em excesso na placa negativa. (b) Qual é a intensidade do campo elétrico entre as placas (desprezando efeitos de borda)?

Considere agora o ponto de vista de um observador em um referencial inercial se movendo com velocidade $0.6c$ no sentido $+x$. (c) Quais as três dimensões do capacitor? (d) Calcule o número de elétrons em excesso na placa negativa. (e) Qual é a intensidade do campo elétrico entre as placas (desprezando efeitos de borda)?

Considere agora o ponto de vista de um observador em um referencial inercial se movendo com velocidade $0.6c$ no sentido $+z$. (f) Repita os itens c, d e e.

1.5 Relatividade Geral

14 (a) Mostre que a velocidade de escape a uma distância r de uma massa M é $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$. Calcule a velocidade de escape na superfície da Terra ($M \sim 6 \times 10^{24}$ kg, $r \sim 6,5 \times 10^3$ km); a 1 unidade astronômica de distância do Sol ($M_{\odot} \sim 2 \times 10^{30}$ kg, $r \sim 1,5 \times 10^{11}$ m); e para a posição do Sol na Via Láctea ($M \sim 2 \times 10^{30} M_{\odot}$, $r \sim 8$ kpc $\sim 2,5 \times 10^{20}$ m).

(b) Um buraco negro é definido como qualquer objeto cujo raio é menor ou igual ao raio de Schwarzschild (R_S). Mostre que, para $r < R_S$, a velocidade de escape é maior do que a velocidade da luz.

(c) Considere um buraco negro esférico e de raio exatamente igual a R_S . Calcule a densidade volumétrica para buracos negros de massa igual à da Terra, à do Sol, e à do buraco negro supermassivo central em na galáxia Messier 87 ($M \sim 3 \times 10^9 M_{\odot}$).

15 O sistema de posicionamento global (global positioning system, GPS) é um sistema de navegação baseado em uma rede de satélites que orbitam ao redor da Terra. Os satélites estão dispostos de forma que um receptor GPS na Terra possa contactar pelo menos quatro satélites em qualquer momento em qualquer local do mundo. Cada satélite envia um sinal em rádio (ou seja, transmitido na velocidade da luz) marcando sua posição e hora. O receptor combina o sinal de pelo menos três satélites para determinar as suas três coordenadas espaciais.

(a) Um satélite de GPS dá duas voltas completas ao redor da Terra em um dia. Se a massa da Terra é aproximadamente $6,0 \times 10^{24}$ kg, calcule a velocidade média do satélite e o seu raio orbital.

(b) De acordo com a relatividade restrita, calcule quanto um relógio na Terra atrasa ou adianta em relação a um relógio no satélite GPS ao longo de um dia.

(c) De acordo com a relatividade geral, calcule quanto um relógio na Terra atrasa ou adianta em relação a um relógio no satélite em um dia. Considere o raio da Terra ~ 6500 km.

(d) Qual seria o erro na distância calculada pelos receptores GPS se não fossem feitas correlações relativísticas?

2 Respostas

1 1.54 ns.

2 (a) 2.18 μ s. (b) 649 m.

3 (a) 21.0 anos. (b) 14.7c anos.

4 0.357c.

5 $-0.960c$.

6 (a) Demonstração. (b) 0.0504c.

7 0.220c.

8 (a) 938 MeV. (b) 3.00×10^3 MeV. (c) 2.07×10^3 MeV.

9 (a) 3.91×10^4 . (b) 0.999 999 999 7c. (c) 7.67 cm.

10 $p_1 = -p_2 = \frac{Mc}{2}$; $E_1 = E_2 = \frac{Mc^2}{2}$

11 3.18×10^{-12} kg.

12 4.27×10^9 kg/s

13 (a) 1.66×10^{10} elétrons. (b) 150 V cm⁻¹. (c) $\Delta x' = 16$, $\Delta y' = 10$ e $\Delta z' = 2$ cm. (d) 1.66×10^{10} elétrons. (e) 188 V cm⁻¹. (f) 1.66×10^{10} elétrons; $\Delta x' = 20$, $\Delta y' = 10$ e $\Delta z' = 1.6$ cm; 150 V cm⁻¹.

14 (a) Demonstração; 11; 42; e 460 km/s. (b) Demonstração. (c) $2,0 \times 10^{30}$; $1,8 \times 10^{19}$; e 2,0 kg/m³.

15 (a) 3900 m/s; 27 000 km. (b) 7 μs por dia. (c) 45 μs por dia. (d) 11 km por dia.