# Física Geral IV (FSC5194 04002 2018-1): Lista 1a

02 de março de 2018

## 1 *Exercícios*

### 1.1 *Indutância (revisão)*

**1** (a) Mostre que a indutância de um solenóide ideal é $L = \mu_0 n^2 l A$, onde $n$ é o número de voltas do solenóide por unidade de comprimento ($n = N/l$), e $l$ e $A$ são o comprimento e a área do solenóide. (b) Mostre que a indutância de um toróide ideal é $L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$, onde $a$ e $b$ são os raios interno e externo do toróide, e $h$ a altura da sua seção reta. (c) A indutância depende da diferença de potencial ou da corrente que passa por um indutor?

**2** Uma corrente de 40,0 mA percorre um solenóide de 450 voltas, 15,0 mm de diâmetro e 12,0 cm de comprimento. Calcule (a) o campo magnético dentro do solenóide, (b) o fluxo magnético em cada espira, (c) a indutância do solenóide. (d) Se mudarmos a corrente, quais dos itens anteriores iriam mudar?

**3** Considere um local em que a luz solar, em um dia claro, produz um campo elétrico de $100\,\mathrm{V\,m^{-1}}$ na superfície da Terra. No mesmo local, o campo magnético da Terra vale $0{,}500 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$. Calcule a densidade de energia dos dois campos.

**4** A chave S do circuito mostrado na Figura 1 está fechada há muito tempo, e, portanto, existe uma corrente estacionária no indutor. Considere a resistência do indutor $L$ desprezível. (a) Encontre a corrente na bateria, no resistor de 100 Ω e no indutor. (b) Qual é a diferença de potencial inicial no indutor quando a chave S é aberta? (c) Faça um desenho esquemático da corrente e da tensão em função do tempo. Se souber usar um programa gráfico ou planilha eletrônica, produza os gráficos em formato eletrônico.

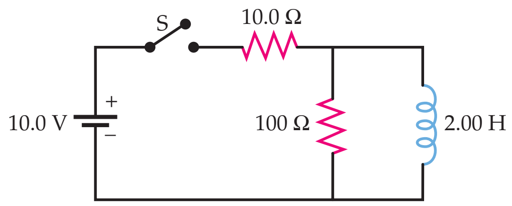


Figura 1: Ref. Ex. 4

### 1.2 *Oscilações eletromagnéticas*

**5** O capacitor de um circuito $LC$ em série está inicialmente carregado. A chave do circuito é fechada, permitindo que o capacitor descarregue. (a) Depois de um tempo $T$, a energia no capacitor é um quarto do valor inicial. Determine $L$ se $C$ e $T$ são conhecidos. (b) O indutor tem indutância de 20,0 mH e o capacitor tem capacitância de 0,500 μF. Se a corrente instantânea máxima é 0,100 A, qual é a maior diferença de potencial no capacitor?

**6** Encontre pelo menos duas maneiras de mostrar que a frequência natural $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ tem unidades de $\mathrm{s^{-1}}$.

**7** Um circuito $LC$ sem fonte está em oscilação livre. A carga máxima no capacitor é $q_{\mathrm{max}}$. Suponha que a resistência no circuito é desprezível. (a) Encontre a carga no capacitor quando a energia no campo magnético for três vezes a energia no campo elétrico. (b) Quanto tempo se passou desde o capacitor estar completamente carregado para que o sistema se encontre nesse estado? (c) Adicionamos agora uma resistência $R$ ao circuito. A frequência natural de oscilação do circuito $RLC$ será maior, menor ou igual à frequência natural de oscilação do circuito $LC$ sem resistência? Explique.

**8** Considere um circuito $LC$ ideal, com $C = 1{,}7\,\mu\mathrm{F}$ e $L = 12\,\mathrm{mH}$. (a) Quando a energia total está igualmente dividida entre o campo elétrico e o campo magnético, qual o valor da carga? (b) Em que instante de tempo esta condição acontecerá, supondo que em $t = 0$ o capacitor está completamente carregado?

**9** Um circuito $RLC$ ficou muito tempo conectado a uma fonte e o capacitor está completamente carregado. Sejam $R = 7{,}60\,\Omega$, $L = 2{,}20\,\mathrm{mH}$, e $C = 1{,}80\,\mu\mathrm{F}$. (a) Calcule a frequência de oscilação do circuito quando a fonte for removida. (b) A resistência foi trocada e o circuito agora está criticamente amortecido. Calcule o novo $R$.

**10** Ao se ligar um circuito com uma capacitância $C$, uma indutância $L$ e uma resistência $R$ em série, iniciam-se oscilações eletromagnéticas. Se $R \ll \sqrt{4L/C}$ (amortecimento fraco), quanto tempo se passa até (a) a amplitude da carga cair para 50% do valor inicial e (b) a energia decair em 50%?

## 1.3 *Circuitos de corrente alternada*

**11** Considere um circuito de corrente alternada (CA) puramente indutivo, com um indutor $L$ e uma fonte $\epsilon = \epsilon_{max} \sin(\omega t)$. (a) A corrente máxima é 7,50 A quando a frequência é 50 Hz e $\epsilon_{max} = 100$ V. Calcule a indutância $L$. (b) Dada a mesma amplitude de tensão da fonte, para qual frequência angular $\omega$ a corrente máxima é 2,50 A? (c) Considere agora $\epsilon_{max} = 80{,}0$ V, $\omega = 65{,}0\pi$ rad s$^{-1}$ e $L = 70{,}0$ mH. Calcule a corrente no indutor no instante de tempo $t = 15{,}5$ ms.

**12** Qual é a corrente máxima fornecida por uma fonte CA com $\epsilon_{max} = 48{,}0$ V e $f = 90{,}0$ Hz quando conectada em série com um capacitor de 3,70 μF?

**13** O circuito de uma rádio AM contém uma combinação $LC$. A indutância é 0,200 mH e o capacitor é variável, de forma que o circuito possa estar em ressonância entre 550 e 1650 kHz. Encontre a faixa de valores de $C$ para que isso seja possível.

**14** O circuito da Figura 2 contém uma fonte de CA do tipo $\epsilon = \epsilon_m \sin(\omega t)$, uma resistência de $R = 6{,}00\,\Omega$, e uma 'caixa preta' que contém ou um indutor, ou um capacitor, ou ambos. A amplitude da fem é 6,00 V. Medimos a corrente no circuito com frequência angular $\omega = 2{,}00$ rad s$^{-1}$, e achamos que ela está exatamente em fase com a fem. Medimos a corrente no circuito com frequência angular $\omega = 1{,}00$ rad s$^{-1}$, e achamos que ela está adiantada em relação à fem por $\pi/4$ rad. (a) O que a caixa preta contém? Explique com detalhes seu raciocínio. (b) Qual é a razão entre as amplitudes de corrente $\dfrac{i_{m,2}(\omega = 2\text{rad s}^{-1})}{i_{m,1}(\omega = 1\text{rad s}^{-1})}$? (c) Qual é o valor da capacitância, ou da indutância, ou de ambas dentro da caixa preta? (d) Calcule a potência média dissipada pelo resistor, a consumida pela caixa preta, e a fornecida pela fonte.

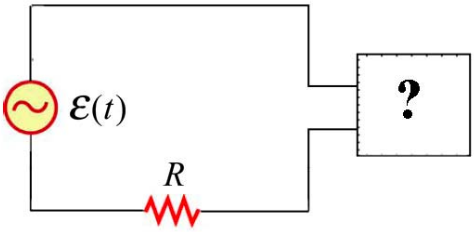


Figura 2: Exercício 14.

**15** Considere um circuito $RLC$ com uma fonte de corrente alternada com todos os elementos ligados em série. (a) Mostre que a potência fornecida pela fonte pode ser escrita também como $\langle P_{fem} \rangle = \epsilon_{rms}^2 R/Z^2$. Mostre então que esta expressão dá resultados razoáveis para um circuito (b) puramente resistivo, (c) em ressonância, (d) puramente capacitivo, e (e) puramente indutivo.

**16** Uma usina elétrica de 2,4 MW produz eletricidade com uma tensão de 2400 V. Um transformador ideal aumenta a tensão para 240 kV, e a energia é transportada a uma cidade através de uma linha de transmissão de resistência de 10 Ω. (a) Calcule a porcentagem da potência que é perdida na transmissão. (b) O aconteceria se a usina tentasse levar a energia à cidade com a tensão original (2400 V)?

## 1.4 *Equações de Maxwell e ondas eletromagnéticas*

**17** Escreva as quatro equações de Maxwell na forma diferencial e integral e a interpretação física de cada uma. Quais as diferenças prática e a teórica entre a forma integral e a diferencial?

**18** Um capacitor de placas paralelas circulares de raio $R$ está conectado a uma fonte. Em $t = 0$, uma corrente $i(t)$ começa a circular no circuito. Despreze efeitos de borda e assuma que a distância entre as placas é $\ll R$. (a) Calcule o campo elétrico entre as placas em função de $R$ e da carga $q(t)$ no capacitor. (b) Encontre uma expressão para o campo magnético $B$ induzido entre as placas do capacitor em função de $R$, $i(t)$ e da distância $r$ até o centro das placas. Considere as regiões $r < R$ e $r > R$. (c) Faça um gráfico esquemático de $B(r)$. Confira se $B(r = R)$ é o mesmo para as duas soluções encontradas anteriormente. Considere a razoabilidade da forma de $B(r)$ para $r \to 0$, $r \to \infty$, e $r = R$. (d) Qual é o fluxo magnético total pelas faces de um octaedro colocado na região entre as placas?

**19** Calcule $1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ e a sua unidade. As unidades de $\mu_0$ e $\epsilon_0$ podem ser derivadas a partir da lei de Gauss e da lei de Ampère.

**20** O campo magnético de uma onda eletromagnética plana é dado por $\vec{B} = B_0 \sin(kx - \omega t)\hat{j}$. (a) Qual é o comprimento de onda? (b) Encontre uma expressão para o campo elétrico associado a esse campo magnético. (c) Determine o vetor de Poynting. (d) Calcule a intensidade média da onda, sabendo que $B_0 = 2{,}0$ μT. (e) Essa onda é totalmente refletida por uma folha condutora no plano $yz$ em $x = 0$. Sabendo que a componente do campo elétrico paralela à superfície de um condutor ideal deve ser nula, determine os campos elétrico e magnético da onda refletida.

**21** O campo elétrico de uma onda eletromagnética plana oscila na direção $y$ e o vetor de Poynting é dado por $\vec{S} = (100\,\mathrm{W\,m^{-2}})\cos^2[10x - (3\times10^9)t]\hat{\imath}$, onde $x$ é dado em metros e $t$ em segundos. (a) Qual é o sentido de propagação da onda? (b) Calcule o comprimento de onda e a frequência. (c) Assumindo que em $t = 0$ e $x = 0$ o campo elétrico está no sentido $+y$, calcule os campos elétrico e magnético.

**22** O campo elétrico de uma onda eletromagnética é dado pela superposição de duas ondas planas: $\vec{E} = E_0\cos(kz-\omega t)\hat{\imath} + E_0\cos(kz+\omega t)\hat{\imath}$. (a) Determine o campo magnético associado. (b) Qual é a energia por unidade de área por unidade de tempo transportada por essa onda? (c) Qual é a média temporal do vetor de Poynting?

**23** Em uma onda eletromagnética plana, como uma onda de luz, os módulos do campo elétrico e do campo magnético estão relacionados pela expressão $E = cB$, onde $c = (\epsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ é a velocidade da luz no vácuo. Mostre que, para este caso, as densidades de energia elétrica e magnética são iguais.

**24** Um microondas contém um tubo de elétrons chamado de magnetron, que gera ondas eletromagnéticas de 2,45 GHz. As microondas entram no forno e são refletidas pelas paredes, produzindo ondas estacionárias. Essa é a razão de haver um prato giratório dentro do forno: tentar fazer com que a comida cozinhe por igual. Sabendo disso, os alunos de Física Geral IV resolveram sacrificar uma parte de barra de chocolate para medir a velocidade das microondas: retiraram o mecanismo giratório do microondas, colocaram a barra de chocolate no forno, e o ligaram em potência máxima por 30 segundos. Ao retirarem o chocolate do forno e antes de dividirem a despedaçada barra entre si, mediram a separação entre os pontos derretidos e acharam 6,0 cm ± 5%. Qual é a velocidade das microondas?

**25** A potência média do Sol é de $L_\odot = 3{,}826\times10^{26}\,\mathrm{W}$. (a) Calcule a intensidade solar média durante o dia na superfície da Terra, assumindo uma distância média entre o Sol e a Terra de $1{,}496\times10^{11}\,\mathrm{m}$. (b) Uma família que mora perto da linha do equador quer construir um sistema de captação de energia solar para a sua casa. Se a eficiência do sistema é de 30% e a família precisa de no máximo 25 kW, qual deve ser a superfície coberta por células fotovoltaicas?

**26** (a) Considere um modelo simples de um gás formado por átomos de um elétron harmonicamente ligado ao núcleo, como se fosse um sistema massa–mola. O elétron está submetido a uma força restauradora $-m\omega_0^2 z$, onde $m$ é a massa do elétron, $\omega_0$ a frequência natural atômica e $z$ o deslocamento da posição de equilíbrio do elétron. Em um plano dado no espaço, considere uma onda do tipo $E_z(t) = E_0\cos(\omega t)$, e que $\omega \ll \omega_0$. Mostre que um elétron de carga $e$ oscila com a mesma frequência do campo elétrico incidente com aceleração $\dfrac{-eE_0\omega^2}{m\omega_0^2}\cos(\omega t)$. (b) A potência total de uma carga com aceleração $a$ movendo-se a uma velocidade não-relativística é dada pela fórmula de Larmor: $P = \dfrac{2}{3}\dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{a^2}{c^3}$. Mostre que a média temporal da potência é $\langle P\rangle \propto \lambda^{-4}$, que é a famosa lei derivada por Lord Rayleigh. Este resultado é válido para $\lambda \gg$ tamanho característico do átomo ou molécula. (c) Use o resultado anterior para explicar (i) por que o céu é azul, (ii) por que o nascer e o pôr-do-sol são vermelhos, e (iii) por que é mais fácil se queimar ao meio-dia.

**27** A espaçonave Voyager 2 está hoje a 16,7 bilhões de quilômetros da Terra (`http://voyager.jpl.nasa.gov/where/`). Ela tem transmissores de 20 W que enviam sinais em um cone, muito bem direcionados. Se intensidade do sinal recebido na Terra é de $1{,}0\,\mathrm{nW\,m^{-2}}$, qual é o ângulo de dispersão do cone de sinal?

**28** Pequenas partículas de de poeira podem ser removidas do sistema solar pela pressão de radiação do Sol. Considere partículas esféricas de raio $r$ e densidade $1{,}0\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ e que absorvam toda a radiação incidente em uma seção reta de área $\pi r^2$. A potência média do Sol é dada no Exercício 25. Qual é o raio $r$ para o qual a força de repulsão da radiação é igual à força gravitacional de atração do Sol?

**29** Você construiu uma espaçonave de massa $m$ impulsionada pela pressão de radiação de uma vela solar feita de um material perfeitamente refletor. A vela está a uma distância $r$ do Sol e orientada perpendicularmente aos raios solares. A potência média do Sol é dada por $L_\odot$, a constante gravitacional por $G$, a massa do Sol por $M_\odot$ e a velocidade da luz no vácuo por $c$. Qual é a área mínima da vela solar para contrabalançar a atração gravitacional do Sol?

**30** Dois astronautas em um filme, interpretados por George Clooney e Sandra Bullock, estão desesperadamente tentando voltar para sua espaçonave, a 10,0 m. A única chance dos heróis é usar um laser de 100 W para voltar para a espaçonave. Considere que as leis da Física não são (completamente) violadas nesse filme. (a) George tem 110 kg e aponta o laser no sentido contrário à nave e o dispara. George continua disparando o laser e espera pacientemente retornar à nave. Ele conta com um sistema de entretenimento acoplado ao seu capacete, mas, para sua infelicidade, o único filme que ele consegue assistir é *Gravidade*, que dura 90 minutos e fica repetindo continuamente. Quantas vezes George tem que assistir ao filme até conseguir voltar para a espaçonave? (b) Sandra usa uma estratégia diferente: decide jogar o seu disparador de laser de 0,300 kg no sentido oposto à espaçonave. Ao ser atirado, o instrumento se move com uma velocidade de 12,0 m s$^{-1}$ em relação a Sandra. Se ela tem 60 kg, quanto tempo leva para voltar para a espaçonave?

## 2 *Respostas*

**1** (a), (b) Demonstração. (c) Não.

**2** (a) 188 μT. (b) $3{,}33 \times 10^{-8}$ T m$^2$. (c) 0,375 mH. (d) $B$ e $\phi_B$.

**3** $u_E = 44{,}2$ nJ m$^{-3}$, $u_B = 995$ μJ m$^{-3}$.

**4** (a) $i_F = 1$ A; $i_R = 0$; $i_L = 1$ A. (b) 100 V. (c) Gráficos.

**5** (a) $L = \dfrac{1}{C}\left(\dfrac{3T}{\pi}\right)^2$. (b) $V_{C,m} = 20$ V.

**6** Demonstração.

**7**

**8** (a) $q_m/\sqrt{2}$. (b) $1{,}12 \times 10^{-4}$ s.

**9** (a) 2,51 kHz. (b) 69,9 Ω.

**10** (a) $t_a = 0{,}693\dfrac{2L}{R}$. (b) $t_b = t_a/2$.

**11** (a) 0,0424 H. (b) 942 rad s$^{-1}$. (c) 5,60 A.

**12** (a) 100 mA.

**13** 46,5 a 419 pF.

**14** (a) Ambos. (b) $\sqrt{2}$. (c) 2,00 H e 0,125 F. (d) 75; 0 e 75 W.

**15** (a) Demonstração. $\langle P_{\text{fem}}\rangle =$ (b) $\epsilon^2_{\text{rms}}/R$; (c) $\epsilon^2_{\text{rms}}/R$; (d) 0; (e) 0.

**16** (a) 0,04%. (b) Toda a energia seria perdida na linha de transmissão.

**17** Explanação.

**18** (a) $\dfrac{q}{\epsilon_0 \pi R^2}$. (b) $B(r < R) = \dfrac{\mu_0 r}{2\pi R^2} i$; $B(r > R) = \dfrac{\mu_0}{2\pi r} i$. (c) Explanação. (d) 0.

**19** 299 792 458 m s$^{-1}$.

**20** (a) $\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$. (b) $\vec{E} = cB_0 \sin(kx - \omega t)(-\hat{k})$. (c) $\vec{S} = \dfrac{cB_0^2}{\mu_0} \sin^2(kx - \omega t)\hat{i}$. (d) 480 W m$^{-2}$. (e) $\vec{E}_{\text{refl}} = cB_0 \sin(kx + \omega t)(-\hat{k})$; $\vec{B}_{\text{refl}} = B_0 \sin(kx + \omega t)(-\hat{j})$.

**21** (a) $+x$. (b) $\lambda = 0{,}628$ m; $\nu = 477$ MHz. (c) $\vec{E}(x,t) = (194\,\text{V m}^{-1}) \cos[10x - (3 \times 10^9)t]\hat{j}$; $\vec{B}(x,t) = (0{,}647\,\mu\text{T}) \cos[10x - (3 \times 10^9)t]\hat{k}$.

**22** (a) $\vec{B} = \dfrac{E_0}{c}\cos(kz - \omega t)\hat{j} - \dfrac{E_0}{c}\cos(kz + \omega t)\hat{j}$. (b) $\vec{S} = \dfrac{E_0^2}{c}\sin(2kz)\sin(2\omega t)\hat{k}$. (c) $\langle\vec{S}\rangle = 0$.

**23** Demonstração.

**24** $(2{,}9 \pm 0{,}1)10^8$ m s$^{-1}$.

**25** (a) 1,360 kW m$^{-2}$. (b) 122,5 m$^2$.

**26** Demonstrações.

**27** $\theta \sim 4{,}8 \times 10^{-9}$ rad $\sim$ 0,000 98".

**28** 0,573 μm.

**29** $A_{\min} = \dfrac{2\pi c G m M_\odot}{L_\odot}$.

**30** (a) ~ 15 vezes. (b) 167 s.