

Física Geral IV (FSC5194 04002 2018-1): Lista 3a

22 de maio de 2018

1 Exercícios

1.1 Transformação de Lorentz

1 Um relógio atômico A move-se a 1000 km h^{-1} durante $1,00 \text{ h}$ pela medição de um relógio idêntico B na Terra. Quão atrasado está o relógio A em comparação ao relógio B ao fim do intervalo de $1,00 \text{ h}$?

2 Um múon criado na alta atmosfera terrestre viaja com uma velocidade de $0,990c$ por uma distância de $4,60 \text{ km}$ do referencial da Terra antes de decair (ele decai em um elétron, neutrino e um antineutrino). (a) Quanto tempo o múon vive, se medido do seu referencial? (b) Qual é o deslocamento da Terra, se medido do referencial do múon?

3 Você e um astronauta viajam em espaçonaves idênticas e velocidades constantes. Para o astronauta, a nave dele mede $20,0 \text{ m}$ e a sua $19,0 \text{ m}$. (a) De acordo com as suas observações, quais os tamanhos das duas naves? (b) Calcule a velocidade relativa da nave do astronauta em relação à sua.

4 Uma sonda espacial é lançada da Terra. Depois de um período breve de aceleração, ela se move a velocidade constante de $70,0\%$ da velocidade da luz. Suas baterias fornecem energia para manter o sistema de comunicação ativo. As baterias têm uma vida útil de $15,0$ anos no referencial de repouso. (a) Quanto tempo as baterias duram do ponto de vista do centro de controle da missão na Terra? (b) A que distância da Terra a sonda estará quando as suas baterias falharem, se medida pelo centro de controle na Terra?

5 Uma astronauta está viajando em uma espaçonave movendo-se a $0,500c$ em relação à Terra. A astronauta mede que a sua frequência de pulsação é de $75,0$ batimentos por minuto. Sinais gerados pelo pulso da astronauta são transmitidos por rádio para a Terra. (a) Qual é a frequência de batimentos que o observador na Terra mede? (b) Qual seria a frequência de batimentos se a velocidade da espaçonave passasse a $0,990c$?

6 Os postulados de Einstein para a Relatividade Restrita são (assinale mais de uma alternativa se necessário e justifique sucintamente): (a) Tudo é relativo. (b) A velocidade da luz é a mesma em todos os referenciais inerciais. (c) As leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

7 Qual é a velocidade de um pión para que ele viaje 32 m antes de decair? O seu tempo de vida médio em repouso é $2,6 \times 10^{-8} \text{ s}$.

8 Use as equações das transformações de Lorentz para mostrar que (a) um observador mede um relógio em movimento marcando o tempo mais lentamente do que um relógio em repouso; (b) uma régua em movimento é mais curta do que uma em repouso; (c) a simultaneidade não é um conceito absoluto.

9 Uma espaçonave Klingon distancia-se da Terra com velocidade $0,800c$ (Figura 1). A espaçonave Enterprise está seguindo-na a uma velocidade de $0,900c$ em relação à Terra. Observadores na Terra veem a Enterprise ultrapassando a nave Klingon com velocidade relativa de $0,100c$. Com que velocidade a equipe da Enterprise vê sua nave está ultrapassando a nave Klingon?

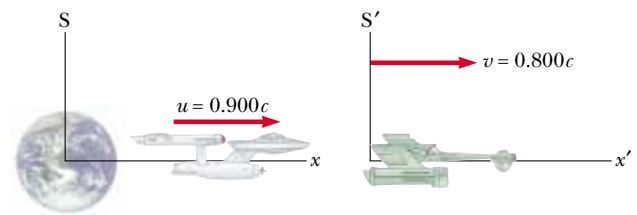


Figura 1: Da esquerda para a direita, espaçonaves Enterprise e Klingon do Exercício 9.

10 A Figura 2 mostra um jato de matéria sendo ejetado pela galáxia M87. Acredita-se que esses jatos sejam uma evidência de buracos negros supermassivos no centro de uma galáxia. Suponha que dois jatos de matéria sejam ejetados em direções opostas. Ambos os jatos movem-se a $0,750c$ em relação ao centro da galáxia. Determine a velocidade de um jato em relação ao outro.

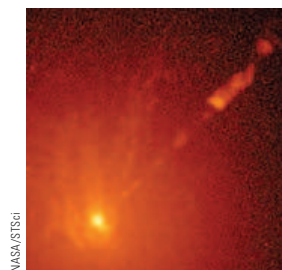


Figura 2: Ref. ao Exercício 10.

1.2 Efeito Doppler

11 Uma fonte de luz se afasta de um observador com velocidade v pequena em comparação com c .

(a) Mostre que o desvio fracional no comprimento de onda medido é dado pela expressão

$$z \equiv \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \sim \frac{v}{c}.$$

Em 1929 Edwin Hubble notou que a maior parte das galáxias está se afastando da nossa, e, quanto mais distantes, mais rapidamente se afastam. É possível medir a velocidade de afastamento a partir do desvio para o vermelho (*redshift*) dos espectros.

(b) Medidas mostram que a luz emitida em 3727 \AA (uma linha do oxigênio uma vez ionizado) em uma galáxia é observada em 3915 \AA . Qual é a velocidade com que essa galáxia está se afastando?

(c) A lei de Hubble relaciona a velocidade de recessão v de uma galáxia à sua distância D através da constante de Hubble H_0 : $v = H_0 D$. A missão Planck, lançada em 2009 para observar a radiação cósmica de fundo, mediu $H_0 = (67,80 \pm 0,77) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. A que distância (em Mpc e em metros) está essa galáxia?

12 Um físico fura um sinal vermelho e é parado por um guarda de trânsito. Ele conta ao policial que o desvio Doppler da luz vermelha, de comprimento de onda 650 nm , parecia verde para ele, com um comprimento de onda de 520 nm . O policial aplica-lhe uma grande multa e apreende a sua carteira de motorista. A que velocidade estava dirigindo o físico, segundo seu próprio testemunho?

1.3 Momento e energia

13 Um próton se move a $0,950c$. Calcule (a) sua energia de repouso, (b) sua energia total, (c) sua energia cinética. [Massa do próton: $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.]

14 Considere elétrons acelerados a uma energia de $20,0 \text{ GeV}$ em um acelerador de partículas de $3,00 \text{ km}$. (a) Calcule o fator de Lorentz para esses elétrons. (b) Qual é a sua velocidade? (c) Qual o tamanho do acelerador no referencial dos elétrons?

15 Quando $1,00 \text{ g}$ de hidrogênio se combina com $8,00 \text{ g}$ de oxigênio, $\sim 9,00 \text{ g}$ de água se formam. Durante essa reação química, $2,86 \times 10^5 \text{ J}$ de energia são liberados. Quanta massa é perdida na reação?

16 A potência média do Sol é $3,846 \times 10^{26} \text{ W}$. Quanta massa é convertida em energia no Sol a cada segundo?

17 Uma partícula instável de massa M que estava em repouso decai em dois fótons. A massa de repouso de um fóton é nula. Calcule o momento e a energia desses fótons.

18 Mostre que um fóton não pode ser absorvido por um elétron livre. Considere o referencial do elétron em repouso e leve em conta tanto a conservação de momento quanto a de energia.

1.4 Invariância da carga elétrica

19 Considere um capacitor de placas plano-paralelas retangulares separadas por $2,0 \text{ cm}$. As placas estão posicionadas no plano xy . A dimensão das placas no eixo x é de 20 cm e o eixo y de 10 cm . O capacitor é ligado a uma bateria de 300 V .

Do referencial do laboratório: (a) Calcule o número de elétrons em excesso na placa negativa. (b) Qual é a intensidade do campo elétrico entre as placas (desprezando efeitos de borda)?

Considere agora o ponto de vista de um observador em um referencial inercial se movendo com velocidade $0,6c$ no sentido $+x$. (c) Quais as três dimensões do capacitor? (d) Calcule o número de elétrons em excesso na placa negativa. (e) Qual é a intensidade do campo elétrico entre as placas (desprezando efeitos de borda)?

Considere agora o ponto de vista de um observador em um referencial inercial com velocidade $0,6c$ no sentido $+z$. (f) Repita os itens c, d e e.

20 Um capacitor de placas plano-paralelas está em repouso no referencial S , tem densidade de cargas $\pm\sigma_0$, e está inclinado a um ângulo de 45° com o eixo x (Figura 3). O referencial S' está se movendo para a direita com velocidade v constante em relação a S . (a) Calcule o campo elétrico \vec{E} no referencial S . (b) Calcule o campo elétrico \vec{E}' no referencial S' . (c) Qual é o ângulo formado entre as placas e o eixo x' ? (d) O campo elétrico é perpendicular às placas em S' ?

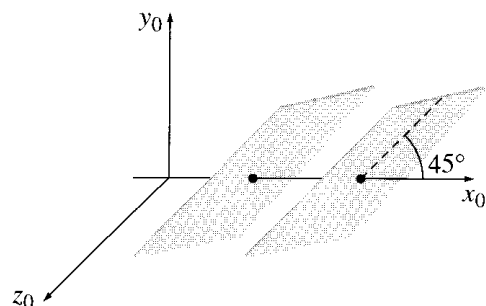


Figura 3: Ref. ao Exercício 20.

1.5 Relatividade geral

21 (a) Mostre que a velocidade de escape a uma distância r de uma massa M é $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$. Calcule a velocidade de escape na superfície da Terra ($M \sim 6 \times 10^{24}$ kg, $r \sim 6,5 \times 10^3$ km); a 1 unidade astronômica de distância do Sol ($M_{\odot} \sim 2 \times 10^{30}$ kg, $r \sim 1,5 \times 10^{11}$ m); e para a posição do Sol na Via Láctea ($M \sim 2 \times 10^{30} M_{\odot}$, $r \sim 8 \text{ kpc} \sim 2,5 \times 10^{20}$ m).

(b) Um buraco negro é definido como qualquer objeto cujo raio é menor ou igual ao raio de Schwarzschild (R_S). Mostre que, para $r < R_S$, a velocidade de escape é maior do que a velocidade da luz.

(c) Considere um buraco negro esférico e de raio exatamente igual a R_S . Calcule a densidade volumétrica para buracos negros de massa igual à da Terra, à do Sol, e à do buraco negro supermassivo central em na galáxia Messier 87 ($M \sim 3 \times 10^9 M_{\odot}$).

22 O sistema de posicionamento global (global positioning system, GPS) é um sistema de navegação baseado em uma rede de satélites que orbitam ao redor da Terra. Os satélites estão dispostos de forma que um receptor GPS na Terra possa contactar pelo menos quatro satélites em qualquer momento em qualquer local do mundo. Cada satélite envia um sinal em rádio (ou seja, transmitido na velocidade da luz) marcando sua posição e hora. O receptor combina o sinal de pelo menos três satélites para determinar as suas três coordenadas espaciais.

(a) Um satélite de GPS dá duas voltas completas ao redor da Terra em um dia. Se a massa da Terra é aproximadamente $6,0 \times 10^{24}$ kg, calcule a velocidade média do satélite e o seu raio orbital.

(b) De acordo com a relatividade restrita, calcule quanto um relógio na Terra atrasa ou adianta em relação a um relógio no satélite GPS ao longo de um dia.

(c) De acordo com a relatividade geral, calcule quanto um relógio na Terra atrasa ou adianta em relação a um relógio no satélite em um dia. Considere o raio da Terra ~ 6500 km.

(d) Qual seria o erro na distância calculada pelos receptores GPS se não fossem feitas correlações relativísticas?

3 (a) Do meu referencial, a minha nave mede 20,0 m e a do astronauta 19,0 m. (b) $v = 0,312c$.

4 (a) 21,0 anos. (b) $14,7c$ anos.

5 (a) $65,0 \text{ min}^{-1}$. (b) $10,6 \text{ min}^{-1}$.

6 (b), (c). Justificativa.

7 $0,97c$.

8 Demonstrações.

9 $0,357c$.

10 $-0,960c$.

11 (a) Demonstração. (b) $0,05044c$. (c) $223,2 \text{ Mpc} = 6,888 \times 10^{24} \text{ m}$.

12 $0,220c$.

13 (a) 938 MeV. (b) $3,00 \times 10^3 \text{ MeV}$. (c) $2,07 \times 10^3 \text{ MeV}$.

14 (a) $3,91 \times 10^4$. (b) $0,9999999997c$. (c) 7,67 cm.

15 $3,18 \times 10^{-12} \text{ kg}$.

16 $4,27 \times 10^9 \text{ kg/s}$.

17 $p_1 = -p_2 = \frac{Mc}{2}$; $E_1 = E_2 = \frac{Mc^2}{2}$.

18 Demonstração.

19 (a) $1,66 \times 10^{10}$ elétrons. (b) 150 V cm^{-1} . (c) $\Delta x' = 16$, $\Delta y' = 10$ e $\Delta z' = 2,0 \text{ cm}$. (d) $1,66 \times 10^{10}$ elétrons. (e) 188 V cm^{-1} . (f) $1,66 \times 10^{10}$ elétrons; $\Delta x' = 20$, $\Delta y' = 10$ e $\Delta z' = 1,6 \text{ cm}$; 150 V cm^{-1} .

20 (a) $\frac{\sigma_0}{\sqrt{2\epsilon_0}}(\hat{x} + \hat{y})$. (b) $\frac{\sigma_0}{\sqrt{2\epsilon_0}}(\hat{x} + \gamma\hat{y})$. (c) $\tan^{-1} \gamma$.

(d) Não: $\cos \phi = \frac{2\gamma}{1 + \gamma^2}$.

21 (a) Demonstração; 11; 42; e 460 km/s. (b) Demonstração. (c) $2,0 \times 10^{30}$; $1,8 \times 10^{19}$; e $2,0 \text{ kg/m}^3$.

22 (a) 3900 m/s; 27 000 km. (b) 7 μs por dia. (c) 45 μs por dia. (d) 11 km por dia.

2 Respostas

1 1,54 ns.

2 (a) 2,18 μs . (b) 649 m.